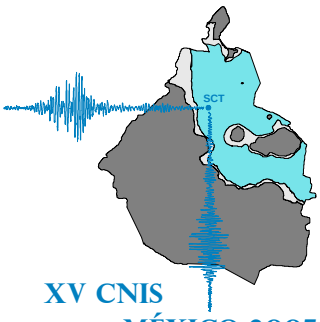

XV CNIS
MÉXICO 2005

Artículo XIV-02

UNA PROPUESTA ALGORÍTMICA PARA INCLUIR EN LOS ANÁLISIS DE EDIFICIOS LOS EFECTOS DE TORSIÓN ACCIDENTAL COMPATIBLE CON EL ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL

Guillermo M. Roeder Carbo, Enrique Guerrero Cárdenas y Agustín Orduña Bustamante [(1)]

RESUMEN

El objetivo de este artículo es presentar una formulación algorítmica para introducir los efectos de torsión accidental en edificios simétricos y asimétricos. Los efectos se calculan a partir de las fuerzas laterales globales que se obtiene de un análisis modal espectral. La contribución adicional de estas fuerzas se obtiene de manera implícita; así, el diseñador es consciente del incremento de los valores de las fuerzas en los elementos mecánicos en los miembros estructurales del edificio, sin tener que decidir cómo introducir dichos incrementos en el análisis. Para ilustrar la aplicación del procedimiento se comparan los resultados obtenidos con esta propuesta y los resultados que se logran siguiendo las indicaciones del reglamento de construcciones del Distrito Federal.

ABSTRACT

A proposal to introduce accidental torsion forces in symmetric and asymmetric buildings is present in this paper. These special effects are calculate using global forces obtained from the earthquake response of multistory buildings to excitations characterized by a design spectrum. The additional forces due accidental torsion are calculated in a implicit manner. Hence designers do not have to decide how to include the contribution of these forces into the analysis. To illustrate the use of this procedure an example is shown. The results obtained from the analysis are compared with those calculated with District Federal Seismic Code.

INTRODUCCIÓN

Un número importante de investigadores de la ingeniería de estructuras ha dedicado mucho esfuerzo en revisar y mejorar las metodologías de análisis que se presentan en los códigos de diseño sismorresistente; pero, aún existen temas que no han sido resueltos completamente, uno de éstos es la torsión accidental en las edificaciones. Generalmente, las normas especifican que, para incorporar las fuerzas adicionales debidas a la torsión accidental usando un análisis modal espectral o un método estático, las fuerzas sísmicas se deben trasladar transversalmente una distancia igual a un porcentaje de la

(1) Facultad de Ingeniería Civil, Universidad de Colima, km 8.5 carretera Colima-Coquimatlán, CP 28400, Coquimatlán, Colima, México, correo electrónico: groederc@ucol.mx

dimensión en planta normal a la dirección de análisis de la estructura. Esta idea de introducir fuerzas adicionales en los edificios debidas a la torsión accidental tiene como objetivo cubrir aspectos que no se toman en cuenta directamente y que tienen una gran incertidumbre tales como: la incoherencia del movimiento del terreno, las propiedades mecánicas de los materiales, la asimetría geométrica y de masas de la edificación, etc (De la Llera y Chopra, 1994).

La elección de los criterios y las hipótesis de análisis son cuestiones importantes en el diseño sísmico de edificios y los reglamentos proponen los más adecuados para satisfacer los requerimientos de seguridad de las construcciones. Para el caso de la Ciudad de México, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS, 2004) recomiendan dos métodos de análisis para calcular la respuesta probable de un edificio ante este tipo de solicitaciones, en ellas también se describen procedimientos para incluir los efectos de torsión accidental.

El primer método que recomiendan las NTCDS (2004), el conocido como método estático, utiliza fuerzas laterales concentradas en los centros de masa de cada nivel del edificio; estas fuerzas son proporcionales al peso del nivel, a la altura del nivel sobre el desplante, a un coeficiente sísmico basado en un espectro de diseño y a un factor de reducción por ductilidad que depende del tipo de estructura que se esté diseñando. El otro método de análisis es puramente dinámico y existen dos alternativas para llevarlo a cabo: el procedimiento modal espectral o el cálculo paso a paso de la respuesta de una estructura ante un sismo específico. El más empleado en los despachos de diseño es el análisis modal espectral, pues los resultados son más fáciles de interpretar y manipular y, además, porque se encuentra implantado en la mayoría de los programas comerciales de análisis estructural utilizados por los ingenieros estructuristas (Zárate *et al*., 2003). A pesar del gran esfuerzo que se ha dedicado a desarrollar metodologías para incorporar las incertidumbres que son el origen de este incremento de fuerzas por torsión accidental en las NTCDS (2004), aún persisten muchas dudas en los diseñadores para emplear dichos procedimientos en su trabajo cotidiano.

Dentro del marco del análisis dinámico, en este artículo se presenta una propuesta para incluir la torsión accidental en edificios simétricos y asimétricos de mediana altura utilizando el método modal espectral. Aunque el tratamiento del problema de torsión accidental puede resultar complejo desde del punto de vista algorítmico, en este trabajo se propone un mecanismo de transferencia tecnológica que puedan emplear los ingenieros en el diseño de estructuras. En el análisis del ejemplo que se presenta en la parte final de este artículo, se muestran los resultados obtenidos con el procedimiento de análisis propuesto para incluir los efectos de torsión accidental en los edificios. Los resultados en cada modo han sido combinados usando la regla cuadrática completa, CQC**,** debido a la certeza que se tiene de que existe acoplamiento de la respuesta en un modo con respecto a la respuesta en los otros. Los análisis sísmicos del edificio se han hecho con una herramienta computacional denominada AS3D (Roeder y Quiroz, 2004).

ANÁLISIS DINÁMICO SEUDO-TRIDIMENSIONAL DE EDIFICIOS

Formulación del procedimiento seudo-tridimensional

Antes de mostrar la propuesta para introducir la torsión accidental en el análisis de edificios, se presenta la formulación seudo-tridimensional para aproximar el comportamiento espacial de estas estructuras. En esta aproximación se admite que los pisos son diafragmas rígidos en su propio plano y que las cargas laterales, que actúan en el centro de masas de cada nivel, se transmiten a las columnas a través de estos diafragmas. Para modelar el edificio completo, se supone que éste se compone de una serie de marcos definidos en planos arbitrarios; esto permite tratar cada marco como una estructura independiente, lo que simplifica el proceso para introducir los datos del modelo estructural; además, también posibilita que sean más fácil

interpretar los resultados. El comportamiento de los elementos estructurales de cada marco se aproximan con matrices de rigidez para elementos en flexión; es decir, sólo se toman en cuentas las deformaciones de flexión y de corte (Wilson *et al*., 1975). El procedimiento de análisis ha sido completamente implementado en el programa AS3D (Roeder y Quiroz, 2004).

En la Fig. 1 se muestra el piso *j* y un marco *i* de un edificio. El desplazamiento lateral del nivel *j* en el plano del marco se define como $u_j^{(i)}$ y este desplazamiento es igual a:

$$\begin{aligned} u_j^{(i)} &= u_{0,j} \cdot \cos\alpha_i + v_{0,j} \cdot sen\,\alpha_i + \theta_{0,j} \cdot r_i \\ r_i &= \left(x_i - x_0\right) \cdot sen\,\alpha_i - \left(y_i - y_0\right) \cdot \cos\alpha_i \end{aligned} \tag{1}$$

donde $u_{0,j}$ y $v_{0,j}$ son los desplazamientos del centro de masas del nivel *j* respecto de los ejes globales *x* e *y*; $\theta_{0,j}$ es la rotación de dicho centro alrededor de un eje perpendicular al plano del piso. La distancia r_i es la distancia del centro de masas del piso *j* al marco *i* y se calcula tomando en cuenta la inclinación del marco respecto a los ejes globales antes mencionados.

Para hacer más eficiente la manipulación algebraica de la ec. 1, es recomendable rescribir esta ecuación como el producto escalar de las siguientes matrices:

$$u_j^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i & sen\alpha_i & r_j^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{0,j} \\ v_{0,j} \\ \theta_{0,j} \end{bmatrix} = \mathbf{g}_j^{(i)} \mathbf{u}_{0,j}^{(i)} \tag{2}$$

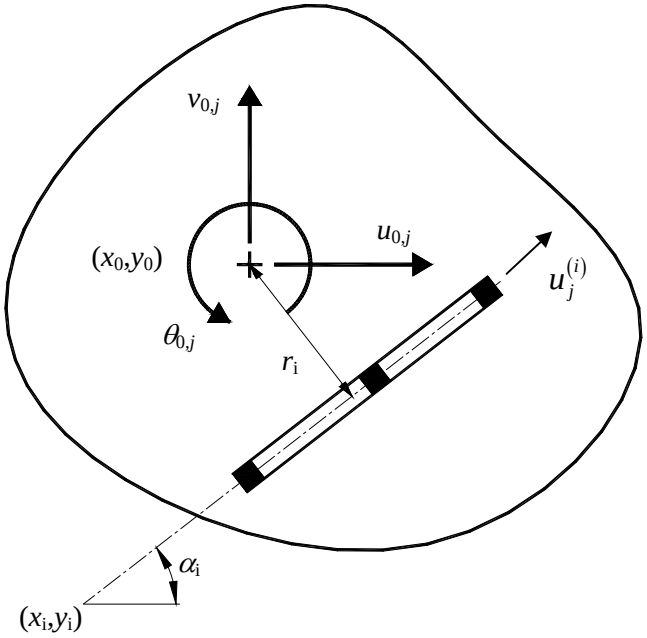

Figura 1. Desplazamientos del nivel *j* del marco a partir de los desplazamientos del diafragma.

La expresión anterior se puede generalizar para todos los pisos bajo el mismo esquema algebraico y así formular los desplazamientos de todos los niveles del marco *i* en función de los desplazamientos de los diafragmas de cada nivel, como se describe en la ec. 3.

$$\mathbf{U}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1^{(i)} & & & \\ & \ddots & \mathbf{0} & \\ & & \mathbf{g}_j^{(i)} & \\ & \mathbf{0} & & \ddots \\ & & & \mathbf{g}_{np}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{0,1}^{(i)} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{0,j}^{(i)} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{0,np}^{(i)} \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{(i)}\mathbf{U}_0^{(i)} \tag{3}$$

También es necesario definir la relación entre fuerzas de piso y de marco, la deducción de esta relación es similar a la que se hizo para obtener la ec. 1. Igualmente, las fuerzas inerciales laterales en el marco, se calculan con la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F}_0^{(i)} = \left(\mathbf{G}^{(i)}\right)^T \mathbf{H}^{(i)} \tag{4}$$

donde $\mathbf{F}_0^{(i)}$, es el vector de fuerzas inerciales en el centro de masas de cada nivel y $\mathbf{H}^{(i)}$ es el vector de fuerzas laterales que corresponden con el marco *i*. La relación del vector de fuerzas laterales con los desplazamientos del marco es:

$$\mathbf{K}_L^{(i)}\mathbf{U}^{(i)} = \mathbf{H}^{(i)} \tag{5}$$

en esta última ecuación, $\mathbf{K}_L^{(i)}$ es la matriz de rigidez lateral del marco *i*.

Reemplazando en la ec. 5 la expresión correspondiente con $\mathbf{U}^{(i)}$ y pre-multiplicando por $\left(\mathbf{G}^{(i)}\right)^T$ a ambos lados de esta ecuación, se logra definir la contribución de rigidez lateral del marco *i* a la matriz de rigidez global de la estructura $\mathbf{K}_G$, como se muestra en la ec. 6.

$$\underbrace{\left[\left(\mathbf{G}^{(i)}\right)^T \mathbf{K}_L^{(i)}\mathbf{G}^{(i)}\right]}_{\mathbf{K}_G^{(i)}}\mathbf{U}_0^{(i)} = \left(\mathbf{G}^{(i)}\right)^T \mathbf{H}^{(i)} = \mathbf{F}_0^{(i)} \tag{6}$$

La matriz de rigidez global se obtiene sumando la contribución de cada uno de los marcos que componen la estructura.

Análisis dinámico modal espectral de edificios

La formulación matemática del problema dinámico en edificios que se presenta en esta sección es la típica que se muestra en las diversas referencias especializadas en el tema. Para evaluar las fuerzas en los edificios se utiliza el espectro de diseño propuesto en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RCDF (1993). La respuesta máxima probable, que puede ser de desplazamiento, fuerza cortante, etc, se obtiene calculando la respuesta deseada en cada modo y después éstas se combinan utilizando

algún procedimiento específico, como pueden ser regla cuadrática completa (ec. 7), o la regla de combinación de Rosenblueth (Chopra, 2001).

$$r_0 \approx \left(\sum_{j=1}^{N} r_{j0}^2 + \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j}^{N} \rho_{ij} r_{i0} r_{j0}}_{i \neq j} \right)^{1/2} \tag{7}$$

El coeficiente de correlación de ρ_{ij} que se utiliza para fines de este trabajo es el presentado por Der Kiureghian y está definido de la siguiente manera (Chopra, 2001):

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\varsigma_i \varsigma_j}\left(\beta_{ij}\varsigma_i + \varsigma_j\right)\beta_{ij}^{3/2}}{\left(1-\beta_{ij}^2\right)^2 + 4\varsigma_i\varsigma_j\beta_{ij}\left(1+\beta_{ij}^2\right) + 4\left(\varsigma_i^2 + \varsigma_j^2\right)\beta_{ij}^2} \tag{8}$$

En esta ecuación β_{ij} es igual a ω_i / ω_j, la relación entre las frecuencia en el modo *i* y el modo *j*. El valor de ς_i representa el amortiguamiento para el modo *i*. En este artículo se suponen iguales en todos los modos; así, la ec. 8 se reduce a la siguiente expresión:

$$\rho_{ij} = \frac{8\varsigma^2\left(\beta_{ij}+1\right)\beta_{ij}^{3/2}}{\left(1-\beta_{ij}^2\right)^2 + 4\varsigma^2\beta_{ij}\left(1+\beta_{ij}^2\right)^2} \tag{9}$$

DEFINICIÓN DE LAS FUERZAS ADICIONALES POR EFECTOS DE TORSIÓN ACCIDENTAL

Para introducir los efectos de torsión accidental en un análisis dinámico modal espectral, las NTCDS (2004) establecen que se deben trasladar las fuerzas sísmicas resultantes para cada dirección de análisis ± 0.1 veces el ancho de la planta del edificio que es perpendicular al sismo que se aplica, considerando el mismo signo en todos los niveles del edificio. Este procedimiento es aún de dudosa calidad debido a que estos efectos se involucran dentro de los criterios de superposición modal empleados para obtener la respuesta máxima; por ello, es difícil lograr que los diseñadores incluyan en sus análisis los incrementos de las fuerzas debidas a estos efectos.

Una de las hipótesis que se hace en este artículo para incluir la torsión accidental es suponer que en cada modo, de aquellos que se estén tomando en cuenta en el análisis, se considera que se mantiene el signo de la componente de rotación del diafragma. Es decir, los incrementos de fuerzas debido a la torsión accidental, $\mathbf{F}_T$, hacen girar a cada diafragma en el mismo sentido que la componente de rotación del vector característico del sistema global. Para precisar la contribución de las fuerzas que se producen debido a la torsión accidental dentro del proceso de solución, primero se calculan las fuerzas horizontales en los centros de masa que se obtienen del análisis modal espectral convencional en cada piso y en cada modo. Estas fuerzas, para el modo *k*, se pueden expresar de la siguiente manera:

$$ {}^{(k)}\mathbf{F}_0 = \begin{bmatrix} {}^{(k)}\mathbf{F}_{0,1} \\ \vdots \\ {}^{(k)}\mathbf{F}_{0,j} \\ \vdots \\ {}^{(k)}\mathbf{F}_{0,np} \end{bmatrix}, \quad {}^{(k)}\mathbf{F}_{0,j} = \begin{bmatrix} {}^{(k)}F^{x}_{0,j} \\ {}^{(k)}F^{y}_{0,j} \\ {}^{(k)}M_{0,j} \end{bmatrix} \tag{10} $$

Para mantener la consistencia matricial del análisis seudo-tridimensional, las fuerzas adicionales por torsión accidental en cada nivel se expresan como:

$$ {}^{(k)}\mathbf{F}_{\mathrm{T}} = {}^{(k)}\boldsymbol{\eta}\left(0.1\cdot b_x \mathbf{i}_x \, {}^{(k)}\mathbf{F}_0 + 0.1\cdot b_y \, {}^{(k)}\mathbf{i}_y \mathbf{F}_0\right) \tag{11} $$

donde $\mathbf{i}_x$ y $\mathbf{i}_y$ son operadores matriciales que se definen en la ec. 12; la matriz diagonal η se obtiene empleando la función *signo* y cuyos argumentos son las componentes de momento del vector ${}^{(k)}\mathbf{F}_0$ (ver ec. 13); b_x y b_y son los anchos de la planta del edificio perpendiculares a las direcciones x e y, respectivamente.

$$ \mathbf{i}_x = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{i}}_{x,1} & & & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & \bar{\mathbf{i}}_{x,j} & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & & \bar{\mathbf{i}}_{x,np} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_y = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{i}}_{y,1} & & & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & \bar{\mathbf{i}}_{y,j} & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & & \bar{\mathbf{i}}_{y,np} \end{bmatrix} \tag{12} $$

$$ {}^{(k)}\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & & \\ & 0 & & & & & & & & \\ & & signo\left({}^{(k)}M_{0,1}\right) & & & & & & & \\ & & & 0 & & & & & & \\ & & & & 0 & & & & & \\ & & & & & signo\left({}^{(k)}M_{0,j}\right) & & & & \\ & & & & & & 0 & & & \\ & & & & & & & 0 & & \\ & & & & & & & & signo\left({}^{(k)}M_{0,np}\right) & \end{bmatrix} \tag{13} $$

Las sub-matrices $\bar{\mathbf{i}}_{x,j}$ y $\bar{\mathbf{i}}_{y,j}$ son operadores que sirven para introducir, a la componente relativa al momento de torsión del piso j obtenidas del análisis modal espectral inicial, los valores absolutos de las componentes de las fuerzas laterales del piso en las direcciones x y y multiplicadas por un factor de 0.1 y

por el ancho de la planta del edificio que es perpendicular al sismo que se emplea en el análisis. Estos operadores son iguales a:

$$\bar{\mathbf{i}}_{x,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \|\bullet\|_{x,j} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{i}}_{y,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \|\bullet\|_{y,j} & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

donde $\|\bullet\|_{x,j}$ y $\|\bullet\|_{y,j}$ representan las funciones *valor absoluto* que se aplican a las componentes de las fuerzas del piso *j* en direcciones *x* y *y* respectivamente. Finalmente, el vector de fuerzas corregido ${}^{(k)}\bar{\mathbf{F}}_0$ en el análisis se calcula con la siguiente ecuación:

$${}^{(k)}\bar{\mathbf{F}}_0 = {}^{(k)}\mathbf{F}_0 + {}^{(k)}\mathbf{F}_T \tag{15}$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para poder ilustrar el desempeño del procedimiento, se presenta el análisis de un edificio asimétrico. El edificio de este ejemplo es de concreto armado de ocho pisos, con las característica en planta que se muestran en la Fig. 2 (Miranda, 2003). El primer entrepiso tiene una altura de 4.5 m y la de los entrepisos restantes son de 3m. Las vigas principales en dirección *x* y *y* son de 0.4 m x 0.6 m.

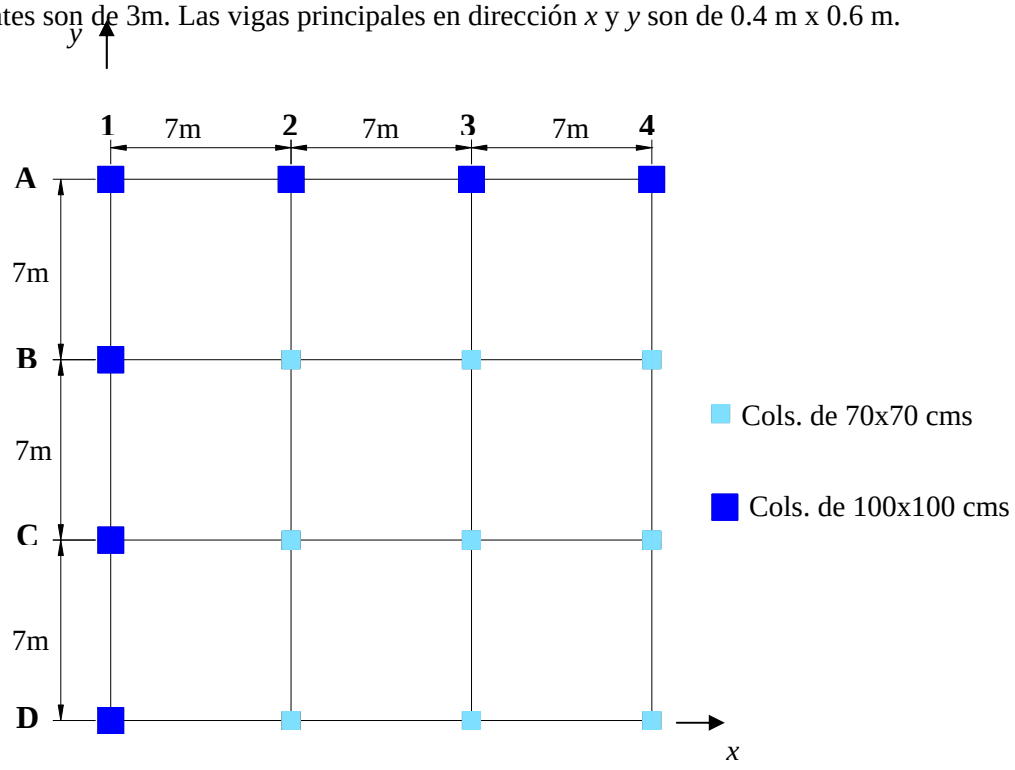

Figura 2. Planta de edificio de 8 pisos.

La resistencia nominal del concreto a compresión simple es de $f_c^{'}$=250 kg/cm^2 y el módulo de elasticidad utilizado en el análisis es de 221000 Kg/cm^2. La carga total por metro cuadrado que se utiliza en la azotea de este edificio para el diseño sísmico es de 748 kg/m^2 y para los pisos restantes de 858 kg/m^2. La inercia rotacional del diafragma rectangular de cada piso se calcula con la siguiente expresión:

$$J_i = \frac{1}{12} m_i \left(a^2 + b^2 \right) \tag{16}$$

donde a y b son las dimensiones en planta de la losa i y m_i es la masa de este nivel.

En la Tabla 1, se presentan los valores de los pesos empleados y las fuerzas laterales que se obtienen para el análisis estático utilizando la siguiente ecuación:

$$F_i = c_s \frac{W_i \cdot H_i}{\sum_{j=1}^{np} W_j \cdot H_j} \tag{17}$$

donde F_i es la fuerza lateral en el piso i, c_s es el coeficiente sísmico igual a c/Q'; c es la máxima ordenada del espectro de seudo-aceleraciones del RCDF (1993) y Q' es el factor de reducción de fuerzas sísmicas, igual a cuatro como recomiendan las NTCDS (2004). Finalmente, W_i y H_i son los pesos y las alturas de los pisos respecto de la base del edificio, respectivamente, y np es el número de pisos de la estructura.

Tabla 1. Masas de los pisos (Miranda, 2003)

Nivel	W_i (ton)	H_i(m)	W_i*H_i (ton-m)	F_i (ton)
8	330	25.5	8415.0	56.75.
7	379	22.5	8527.5	57.51
6	379	19.5	7390.5	49.84
5	379	16.5	6253.5	42.17
4	379	13.5	5116.5	34.50
3	379	10.5	3979.5	26.83
2	379	7.5	2842.5	19.17
1	379	4.5	1705.5	11.50
Total	2983		44230.5	

Los resultados finales para fuerzas cortantes en cada uno de los entrepisos en el eje A se presentan en la Tabla 2. Para el análisis estático, cuyos resultados se muestran en la segunda columna de esta tabla, se han hecho 32 combinaciones de cargas, siguiendo las regulaciones que se exigen en el RCDF (1993). En la tercera columna se muestran los cortantes que resultan de un análisis dinámico modal espectral con la regla de combinación modal CQC, utilizando un porcentaje de amortiguamiento igual a 5% y sin torsión accidental. En la cuarta columna se muestran los resultados obtenidos de una serie de análisis modales espectrales en los que se desplazan $\pm 0.1b$ (b=21 m) los centros de masas en cada uno de los pisos, y se reporta la envolvente de los cortantes en los entrepisos del marco considerado. Estos resultados se obtuvieron utilizando el programa SAP 2000 (Habibullah, 2003). Finalmente, en la última columna se

incluyen los resultados que se obtienen de la propuesta presentada en este artículo. En la Fig. 3 se comparan los cortantes en cada entrepiso obtenidos de los análisis dinámicos modales espectrales, en porcentaje relativo al caso sin torsión accidental.

Tabla 2. Fuerzas cortantes en el marco del eje A

Nivel	Estático	Análisis modal sin torsión acc.	Análisis modal moviendo C.M.	Fuerzas modales con excentricidad
	V_i (ton)	V_i (ton)	V_i (ton)	V_i (ton)
8	19.41	8.40	11.52	14.43
7	44.10	31.75	41.89	37.70
6	63.21	46.36	61.08	56.52
5	80.02	59.34	78.15	73.99
4	93.19	70.09	92.30	89.51
3	106.15	80.62	106.06	99.18
2	110.21	84.67	111.41	99.37
1	143.53	128.75	169.80	187.74

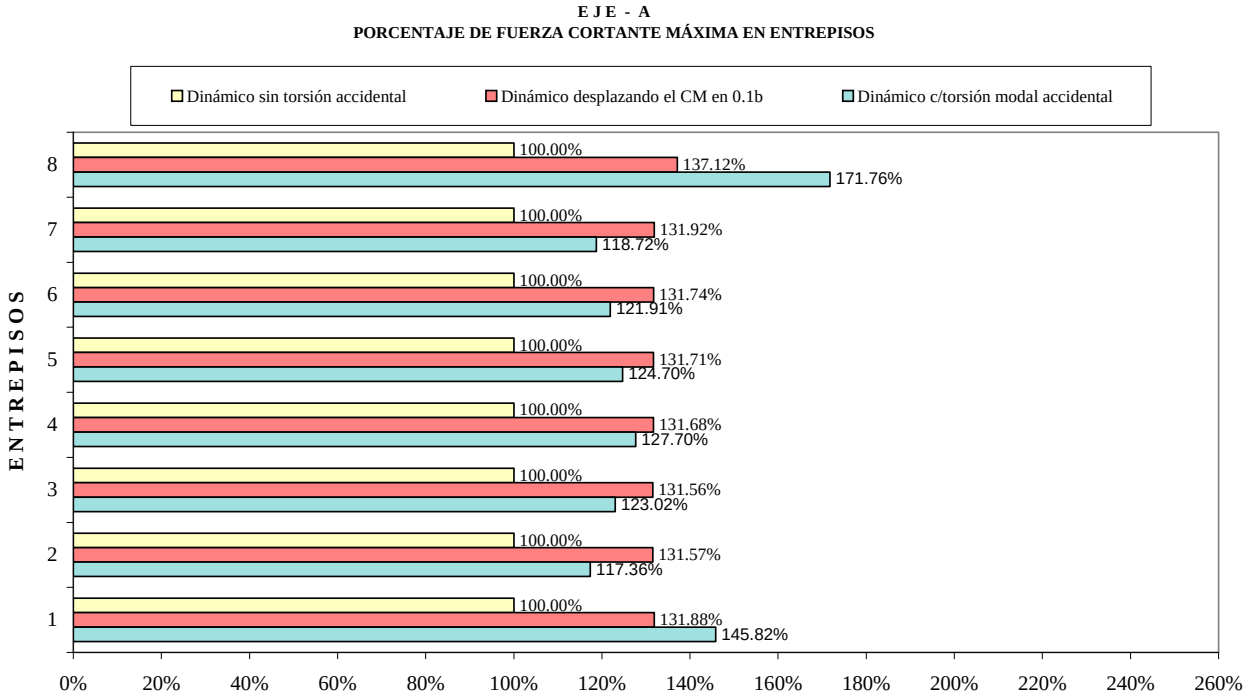

Figura 3. Comparación en porcentajes de fuerzas cortantes de los análisis dinámicos.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una propuesta para incluir de manera implícita la torsión accidental en edificios mediante un análisis modal espectral. Para observar la eficacia del procedimiento, se presenta un ejemplo de análisis de un edificio de concreto reforzado de ocho pisos que tiene dos marcos con mayor rigidez lateral que el resto de los que componen la estructura.

A partir de los resultados obtenidos para el marco en el eje A de la estructura, en los que se incluyen los incrementos de fuerzas por el efecto de torsión accidental, se han calculado las diferencias de los cortantes en los entrepisos de los dos análisis dinámicos respecto del análisis estático; estas diferencias están entre 8% y 9% para el análisis modal trasladando las los centros de masa $\pm 0.1b$; y entre 13% y 14% para el procedimiento aquí propuesto. También se observa que los cortantes que se obtienen al trasladar los centros de masa son mayores, en los entrepisos intermedios, que los correspondientes a la presente propuesta. En el primer y último entrepisos, el método propuesto arroja valores de fuerzas cortantes mayores con relación al proceso de traslación de los centros de masa, como se puede ver en la Fig. 3. En general, los resultados que se consiguen con el método propuesto se aproximan bien a los que se obtienen por el método estático (NTCDS, 2003) y por el procedimiento de mover los centros de masa (Miranda, 2004).

Es necesario indicar que los resultados que se generan al trasladar las masas se obtuvieron utilizando el programa SAP 2000, en el cual no existe ninguna opción para incluir la torsión accidental, por lo que es necesario realizar varios análisis modales espectrales moviendo las masas en cada uno de ellos. Esta operación produce una cantidad enorme de resultados, los cuales deben ser procesados para obtener la envolvente que se presenta en la Tabla 2.

Aún cuando el método propuesto está implantado en un programa explícitamente diseñado para este propósito, se consiguen resultados sólo con un análisis modal espectral simple, sin tener que mover las masas en cada piso. Esto lo hace atractivo para incluir el efecto de torsión accidental en los edificios en cálculos cotidianos de la ingeniería sísmica.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dirección de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad de Colima por las facilidades que nos han brindado para desarrollar este trabajo.

REFERENCIAS

Chopra A.K. (2001), *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Segunda Edición, Editorial Prentice Hall Inc. USA

De la Llera J.C. y Chopra A. K. (1994), "Accidental and Natural Torsion in Earthquake Response and Design of Buildings", *Reporte No UBC/EERC-94-07*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California en Berkeley, USA.

Habibullah A. (2003), "A Series of Computer Programs for the Finite Elements Analysis of Structures", *Manual de Usuario*, Computer and Structures Inc, USA.

Miranda G. (2003), "Comportamiento Sísmico Torsional de Edificios Diseñados Estática y Dinámicamente", *Tesis de Maestría*, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

NTCDS (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", http://www.smie.org.mx/articulos.

RCDF (1993), "Reglamento de construcciones para el Distrito Federal" *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, 2 de agosto de 1993.

Roeder G. y Quiroz A. (2004), "Programa de Análisis Seudo-tridimensional de Edificios, AS3D", *Manual de Usuario*, Grupo de Mecánica Numérica del Instituto de Ingeniería-UNAM, México.

Wilson E.L., Hollings J.P. y Dovey H.H. (1975), "ETABS, Three Dimensional Analysis of Building Systems", *Reporte No EERC 75 –13*, NISEE Computer Applications, Universidad de Cailfornia en Berkeley, USA.

Zárate G., Ayala A.G. y García O. (2003), "Método Sísmico Estático para Edificios Asimétricos: Revisión de Enfoques", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No 69, pp. 25-44, México.